Guía práctica del curso de nivelación de Matemática

Conjuntos numéricos – Expresiones algebraicas - Funciones – Geometría del plano y del espacio.

Coordinadora: Prof. Lic. Lorena Belfiori
Año:2017

Contenido

CONJUNTOS NUMÉRICOS 3
EXPRESIONES ALGEBRAICAS 9
ECUACIONES E INECUACIONES 16
FUNCIONES 19
TRIGONOMETRÍA 25
GEOMETRÍA DEL PLANO 28
GEOMETRÍA DEL ESPACIO 32
RESPUESTAS 35
CONJUNTOS NUMÉRICOS 35
EXPRESIONES ALGEBRAICAS 36
ECUACIONES E INECUACIONES 38
FUNCIONES 38
TRIGONOMETRÍA 41
GEOMETRÍA DEL PLANO 41
GEOMETRÍA DEL ESPACIO 42
BIBLIOGRAFÍA 42

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1. Resuelve los siguientes planteos:

a) Javier ganó un premio de $4800 y utilizó ese dinero de la siguiente forma: 2/5 para refaccionar su casa, 1/3 para realizar un viaje y el resto lo guardó en la caja de ahorro del banco. ¿Cuánto dinero destinó en cada caso? ¿Qué parte del dinero guardó en el banco?

b) La quinta parte de los alumnos de la clase tiene ojos celestes, y de todos ellos, la mitad son varones. Tres octavos de los alumnos de la clase tienen ojos verdes, y de todos ellos, la tercera parte son mujeres. ¿Qué parte de los varones de la clase tienen ojos celestes? ¿Qué parte de las mujeres de la clase tiene ojos verdes?

c) En un colegio de 450 alumnos, el 60% son varones y el resto son mujeres. ¿Cuántos varones y mujeres hay? Si se inscriben 10 varones más: ¿Cuáles son los nuevos porcentajes?

d) Se pintó el frente de un edificio en tres etapas: en la primera etapa se pinto la quinta parte de su altura, en la segunda etapa la mitad y en la tercera etapa, los últimos doce metros. ¿Cuál es la altura del edificio? ¿Qué parte de la altura se pintó en la tercera parte?

2. Indica si los siguientes enunciados son verdaderos. En caso de que no lo sean, escribe un ejemplo que lo contradiga. Justifica los que son verdaderos.

a) El producto de un número impar de números negativos es negativo
b) La diferencia de dos números positivos es siempre positiva
c) El cociente de números negativos es siempre positivo
d) Si restamos dos números naturales, obtenemos un número natural.
e) Si dividimos dos números enteros, obtenemos un número entero.
f) Si restamos dos números racionales, obtenemos un número racional.
g) Si multiplicamos dos números irracionales, obtenemos un número irracional.
h) Los números naturales también son enteros.
i) Los números enteros también son racionales.
j) Los números racionales también son irracionales.
k) La suma de dos números pares es un número par.
l) La suma de dos números impares es un número par.

3. Coloque Sí o No en la casilla que corresponda.

x	$x \in \mathbb{N}$	$x \in \mathbb{Z}$	$x \in \mathbb{Q}$	$x \in Irrac$	$x \in \mathbb{R}$
-5					
$\sqrt[3]{8}$					
2/3					
e					
$\sqrt{3}$					

4. Sean a, b, c y d números reales. Determine cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuales son falsas. En este último caso dé un contraejemplo.

a) Si a+c = b+c entonces a = b
b) Si a+a = a entonces a = 0
c) Si a+b = 0 entonces b = -a
d) (-a)+(-b) = -(a+b)
e) Si a.b = c.b entonces a = c
f) a.0 = 0
g) $a^{-1} = b \in Q$
h) (-a).b = -(a.b) = a.(-b)
i) a(b-c) = ab – ac
j) $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$
k) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
l) Si $b \neq 0$ y $d \neq 0$ entonces $\frac{a}{b}.\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
m) Si $b \neq 0$ y $d \neq 0$ entonces $\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$
n) Si a.b= 0 entonces a=0 y b=0
o) Si a.b= 0 entonces a=0 ó b=0
p) $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$
q) Si a >0 y b>0 entonces $a^3.b^3 = (ab)^3$
r) Si a >0 y b>0 entonces $a^3+b^3 = (a+b)^3$
s) $(a+b)^3 = a^3+3\,a^2.b+3\,a.b^2+b^3$
t) $(a+b)^2 = a^2+2\,a.b+b^2$
u) Los cinco primeros números primos son 2, 3, 5, 7, 11.
v) Si a y b son racionales entonces a+b es racional.
w) Si $a \in Q$ y $b \in Q$ entonces a.b es racional.
x) Si $a \in I$ y $b \in I$ entonces $(a+b) \in I$.
y) $$\frac{\left(\frac{3}{2}\right).\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}.\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}+\frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}\div\left(\frac{3}{2}\right)}-\frac{3}{2} < -\frac{1}{2}$$

5. Señala en cuáles de las fracciones siguientes el numerador y el denominador son cuadrados perfectos. $\frac{125}{4}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{99}{35}$; $\frac{16}{25}$; $\frac{111}{28}$; $\frac{169}{81}$
a) Escribe las raíces cuadradas de todas las fracciones.
b) Clasifica las raíces obtenidas en números racionales y números irracionales

6. Resuelve:

$a)\ \sqrt{2}\,(3-4\sqrt{5})$ b) $(2+3\sqrt{2})(5-\sqrt{2})$ $c)(2+\sqrt{3})^2$ $d)\ (6+\sqrt{3})(6-\sqrt{3})$

e) $\log_{\frac{1}{2}} 0{,}25 + \ln\frac{1}{e^5} =$ f) $\log_{\sqrt{5}} 125 - \log 0{,}001 =$ g) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[5]{\frac{1}{81}} =$

7. Resuelve aplicando las propiedades:

a) $5^6.5^3.5 =$ b) $\frac{h^5}{h^4} =$ c) $\frac{a^3}{a^9.b^2} =$ d) $4^a.6^b.4^b.6^a =$

e) $\frac{x^4.y^9}{x^9.y^4} =$ f) $\frac{a^3.a}{a^2.a^5} =$ g) $((k^4)^3)^2 =$ h) $\left(x^3.(x^4)^3\right)^{\frac{6}{5}} =$

i) $\frac{2^5}{2^3} + 3^{-1} - \sqrt{2}.\sqrt{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$ j) $\frac{4}{2^4} - \frac{1}{3^{-1}} + \frac{2^3.4}{32} - \sqrt{\frac{3^7}{3^3}} =$

k) $3^{-2}.\frac{1}{3^3}.3^6 + \sqrt{\sqrt{\frac{625}{81}}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$ l) $\frac{\sqrt{10}.\sqrt{6}}{\sqrt{15}} - \left(\frac{1}{2}\right)^4 : 2^{-2} + \sqrt[3]{\frac{\sqrt{8}.\sqrt{8}}{27}} =$

m) $\sqrt[3]{\frac{125.x^9}{64.y^6}} =$ n) $\sqrt[4]{\frac{16.x^{12}}{b^{20}}} =$ o) $\frac{\sqrt{81.\sqrt{64}}}{\left(\sqrt[7]{\sqrt[5]{32.x^5}}\right)^7} =$

p) $\log_{14} 1 = x$ q) $\log_3 x = 4$ r) $\log 40 - \log 4 = x$ s) $\log_x 16 = 2$

8. Efectuar las siguientes operaciones (siempre que sea posible):

a) $\sqrt{9x} - \sqrt{25x} + \sqrt{49x} =$ b) $\sqrt[4]{9.y^8} + \sqrt[6]{27.y^{12}} =$ c) $\sqrt{45} + \sqrt{63} - \sqrt{18} =$

d) $3\sqrt{18} - 11\sqrt{2} + 2\sqrt{50} =$ e) $\sqrt{81a^3} + \sqrt{9a^3} - \sqrt{25a^3} =$ f) $\sqrt[4]{1296} - \sqrt[4]{4096} + \sqrt[4]{50625} =$

g) $2.\sqrt[3]{81} - 4.\sqrt[3]{24} =$ h) $2\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[9]{64} - 4\sqrt[6]{16} =$ i) $\frac{3}{2}.\sqrt[3]{\frac{16}{27}} - \frac{5}{3}.\sqrt[3]{54} + 5.\sqrt[3]{\frac{2}{125}} =$

9. Analiza y responde

a) ¿Para qué valores de a y b se cumple | a + b | = | a | + | b |?
b) ¿Cuándo es cierto que |-x | = x?
c) ¿Cuándo es cierto que | x | = -x?

10. En las siguientes expresiones, las letras representan números naturales.
Coloque >, < o = según corresponda.

a) $-\frac{1}{n}$ ..... $-\frac{2}{n}$ **b)** $\frac{4}{a} + \frac{1}{a}$ ..... $\frac{5}{a}$ **c)** $\frac{a}{c}$ ..... $\frac{a}{c+1}$ **d)** $\frac{m}{n}$ ..... $\frac{m+1}{n}$

11. Se sabe que **a** y **b** son números enteros tales que **a. b < 0**, y **a > 0**. Complete con > ó < según corresponda:

a) –2 . a . b . a .....0 b) a. b. a. b .....0 c) a . b . b .....0 d) -a . (-b)….0

12. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (**F**). Justifique sus respuestas:

a) La suma de dos números pares es un número primo.
b) Todo múltiplo de tres es múltiplo de 9.
c) Todo divisor de 21 es divisor de 84.

13. Con los dígitos **3, 4, 5** y **9** (sin repetirlos), formar todos los números de cuatro cifras que sean múltiplos de 6.

14. Encuentre el menor número natural de tres cifras divisible por 2, pero no por 4.

15. Encuentre el menor número natural de cuatro cifras que sea divisible por 3, pero no por 9.

16. El producto entre un número natural de tres cifras y 7, termina en 024. Halle dicho número.

17. Demuestre que la suma de tres números naturales consecutivos es siempre múltiplo de 3.

18. ¿Qué diferencia hay entre un intervalo cerrado y uno abierto?

19. Escribe un intervalo abierto cuyo punto central sea −3 y cuyos extremos se hallen a una distancia de dos unidades de dicho punto.

20. Representa los siguientes intervalos: a) (4, 5) b) [−2, −6] c) (−4, −1) d) [2, 3] e) (−2, 0] f) (0, 2] g) [1, 2] h)(−1, 0) i) [2,3) y j) (−2, 3]. Determínalos por comprensión.

21. Completa con la expresión correspondiente:

	Conjunto	Intervalo	Representación gráfica
a)	$\{x: x \in IR \wedge -3 \leq x \leq 2\}$	.....	
b)	$\{x: x \in IR \wedge 0 < x < 5\}$	.....	
c)	$\{x: x \in IR \wedge 1 < x < 7\}$	.....	

d)	$\{x: x \in IR \wedge x \leq -2 \vee x > 1\}$	.....	

22. Escribe como intervalos cada uno de los siguientes conjuntos numéricos, representarlos

$$A = \{x: x \in IR \wedge -2 \leq x \leq 4\} \quad B = \{x: x \in IR \wedge -3 < x < 6\}$$
$$C = \{x: x \in IR \wedge |x| \leq 5\} \quad D = \{x: x \in IR \wedge |x| \geq 2\}$$

23. Determina los siguientes conjuntos utilizando intervalos

a) $(-2; 4) \cup (7/2; \infty)$ b) $(-2; 0) \cup (-1; 1)$ c) $[-4; 6) \cap [0; 8]$ d) $(-\infty; 6) \cap [2; 10)$

24. ¿Puede ser 4 = 5? Analiza paso a paso…

$$16 - 36 = 25 - 45$$
$$16 - 36 + (20 + 1/4) = 25 - 45 + (20 + 1/4)$$
$$16 - 36 + 81/4 = 25 - 45 + 81/4$$
$$16 - 36 + (9/2)^2 = 25 - 45 + (9/2)^2$$
$$16 - 2 . 4 . 9/2 + (9/2)^2 = 25 - 2. 5. 9/2 + (9/2)^2$$
$$(4 - 9/2)^2 = (5 - 9/2)^2$$
$$4 - 9/2 = 5 - 9/2$$

Por lo cual:

$$4 = 5$$

25. Indique y corrija los errores que aparecen en cada una de las siguientes expresiones. Mencione las propiedades de las operaciones involucradas que se relacionan con los errores cometidos y sus respectivas correcciones. En todos los casos las letras representan números reales y las expresiones de los denominadores son distintas de cero:

a) $a.(b + c) = a.b + c$

b) $\frac{a - 2b}{2} = a - b$

c) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a+b}$

d) $a.(b - b) = c.(b - b) \Rightarrow a = c$

e) $2^x+3^x = 6^x$

f) $(a^3 - b^2)^2 = a^6 - b^4$

g) $\frac{a^2+b}{a} = a + b$

h) $a + a + a + b + b = a^3 + b^2$

i) $a.a = 2^a$

j) $a^2.\ a^3 = a^6$

k) $\sqrt{a^2.b} = ab$

l) $\frac{a+2b}{a+b} = 3$

m) $\sqrt{x^2+y^2} = x + y$

n) $\frac{a^{15}}{a^{10}} = a^{\frac{3}{2}}$

ñ) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b}$

o) $\frac{m+n}{x+m} = \frac{n}{x}$

p) $\frac{a}{c} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2 \wedge c = 3$

q) $a:(b + c) = a:b + a:c$

r) $x^{-n} = -x^n$

s) $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$

26. Analice el siguiente razonamiento y critíquelo

Sergio quería convencer a José que 2 = 3.
Para ello partió de una igualdad indiscutible: 4 -10 = 9 –15.
Luego sumó a ambos miembros de la igualdad $\frac{25}{4}$
y los escribió como binomios cuadrados perfectos $\left(2-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(3-\frac{5}{2}\right)^2$.
Extrajo la raíz cuadrada de cada miembro de la igualdad y resultó $2-\frac{5}{2} = 3-\frac{5}{2}$.
Sumó $\frac{5}{2}$ en ambos miembros y llegó a que **2 = 3**.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1. Escribir la expresión que represente:

a) El cuadrado de un número múltiplo de 5.

b) La tercera parte del anterior de c.

c) El producto entre a y su siguiente.

d) Si c es el número de autos que hay en un estacionamiento y m el número de motos ¿Qué expresión representa la cantidad de ruedas totales de dicho estacionamiento? Si un determinado día hay 40 ruedas en total en el estacionamiento. Escribir m en función de c.

2. Escribir la expresión que representa el perímetro y la superficie de cada una de las siguientes figuras:

a) Un triángulo equilátero de lado L

b) Un rectángulo cuya altura mide 1 cm menos que la base.

c) Un triángulo isósceles de lados congruentes L y altura L/2.

d) Un rectángulo de altura 3 veces mayor a la base.

3. a**)** Escriba una expresión algebraica que corresponda al área de la zona de color. b) Indique de qué grado es la expresión polinómica obtenida en cada caso.

(base = 15 y altura = 10)

I. **II.** **III.**

4. ¿Cuál de las siguientes **no** es una traducción válida de: "el 30% de un número es igual a 21"? **i)** 0,30.x = 21 **ii)** 0,3.x = 21 **iii)** 30.x = 21

5. Una población de M conejos aumenta todos los meses un 12% el número de sus habitantes. Con qué expresión o expresiones se puede calcular la cantidad de conejos que habrá al final del segundo mes (considerando que ninguno se murió):

i) 1,12 . M ii) M. $1{,}12^2$ iii) M . 1,12 + M + M iv) ((M. 1,12) . 1,12)

6. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas, en ese caso, demuéstralas.

a) Si x es múltiplo de 3 e y es múltiplo de 2 entonces x + y es múltiplo de 5.

b) Si x es múltiplo de 3 e y es múltiplo de 2 entonces x . y es múltiplo de 6.

c) Si x+ y es un número divisible por 3 entonces10.x + y es un número divisible por 3.

d) Si x es un múltiplo de 5 entonces su anterior es múltiplo de 4.

e) x^2 es impar si y solo si x es impar.

7. Complete las siguientes frases y justifique:

a) Si $x + y = 8$ y $3y = 12$ entonces x es igual a…
b) Si un número "n" se divide por 4, el número tres unidades menos que el resultado es...
c) La expresión de "x" en función de "y" que se puede escribir a partir de la ecuación $y - x = 2x + 3$ es …
d) El mayor de 3 números pares consecutivos tales que el menor es la tercera parte del mayor es...
e) Si $2 - y < 2y + 2$ entonces y…
f) Una condición suficiente para asegurar que $a^2 + a > 1$ es que a sea ...
g) Un número de 2 dígitos es 6 veces la suma de los dígitos que lo componen. El doble del dígito de las unidades es 3 unidades mayor que el dígito de la decena. Entonces el dígito de la unidad es …
h) El salario de un mecánico es tres veces el de su ayudante. Recibieron un pago de $ 68 por un trabajo en el que el mecánico trabajó 4 hs y su ayudante 5 hs. La paga por hora del mecánico es…

8. **a)** Si el grado del polinomio A es 2 y el de B es 3, ¿cuál es el grado de A . B?

b) Si P y Q son polinomios de grado 3, ¿Qué puede decir del grado de P + Q?

c) Dé un ejemplo de dos polinomios de grado 3, tal que su suma sea de grado 1.

d) Dados $A(x) = 2x^2 + 3x - 1$ y $B(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$, señale (sin resolver) con qué términos se debe operar para obtener el término de segundo grado del producto entre A y B.

9. Complete el cuadro:

A	$2x + 4$	$x^3 - 1$	$x + 1$	
B		$x - 1$		$-x^2 - x + 1$
A + B	$x^2 + 3x - 1$			
A . B			$x^2 - 1$	
A – B				$2x^2 - 5x$
gr (A)				
gr (B)				
gr(A·B)				
gr(A+B)				
gr(A-B)				

10. Siendo $P(x) = x^2 + 2x - 1$; $Q(x) = 3x - 2$ y $R(x) = Q^2$, verifique que:

$a)\ P(x) - Q(x) \neq Q(x) - P(x)$ $\quad b)\ P(x) - [Q(x) + R(x)] = P(x) - Q(x) - R(x)$

$c)\ [P(x) + Q(x)].R(x) = P(x).R(x) + Q(x).R(x)$

$d)\ P(x) + Q(x) = Q(x) + P(x)$

11. Dados los polinomios P(x) y Q(x) determina los polinomios P(x) + Q(x); P(x) – Q(x), P(x) . Q(x)

a) $P(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{2}x$

$Q(x) = 2x^2 + 4x + 6$

b) $P(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$

$Q(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 2$

12. Dados los polinomios $P(x) = 2x^2 - x + 2$; $Q(x) = x - 3$; $T(x) = x^2 + x + 1$
Verifica que:

a) La multiplicación de polinomios es asociativa.
b) La multiplicación de polinomios es conmutativa.
c) El elemento neutro de la multiplicación de polinomios es I(x) = 1
d) La multiplicación de polinomios es distributiva respecto de la suma de polinomios

13. Sean $A(x) = 3x^3 + bx^2 - 5ax + 7$ y $B(x) = cx^3 - 2x^2 - 10x + 7$; hallar el valor de a, b y c para que se verifique que los polinomios A(x) y B(x) sean iguales.

14. Hallar el cociente de la división entre:

a) $P(x) = x^2 - 3x$ y $Q(x) = x^3 - 2$
b) $P(x) = -x^5 + x^3$ y $Q(x) = x + 2$
c) $P(x) = a(x^3 - a^2)$ y $Q(x) = x - a$

15. Determinar el valor de k, sabiendo que el resto de la división entre U(x) y T(x) es 30, si:

$$U(x) = 3x^3 - kx^2 + 2 \quad \text{y} \quad T(x) = x + 1.$$

16. Indicar verdadero o falso en cada una de las siguientes afirmaciones. Justificar.

a) $(2z^2 - z - 1)$ es divisible por $(z - 1)$.
b) $(x + 3)$ es divisor de $(x^2 - 7x + 6)$.

17. Encontrar un polinomio tal que si se lo divide por $(3x - 1)$ tiene como cociente $(x^2 + 5)$ y resto 18.

18. Se sabe que si al polinomio $(3x^4 + 14x^3 + 10x^2 - x - 2)$ se lo divide por un polinomio C(x), se obtiene cociente $(3x^2 + 5x - 2)$ y resto $(10x - 4)$. Hallar el polinomio C(x).

19. Indicar el valor de c, para que $(c-2)x^3+(c+3)x^2-cx+7$, sea divisible por $(x-2)$.

20. Calcular todas las raíces reales de los siguientes polinomios:

a) $A(x)=2x-1$

b) $B(x)=x^2+4x+9$

c) $C(x)=10x^3+15x^2$

d) $D(x)=14x^5-35x^4+28x^3-21x^2$

e) $E(x)=16x^2-\frac{144}{25}$

Escribir los polinomios anteriores de manera factorizada.

21. Hallar los valores de a y b, para que el polinomio $Q(x)=ax^2+bx-6$, tenga como raíces: 3 y 2.

22. Se sabe que $P=kx^3+3(k-2)x^2-5kx+8$, tiene como una de sus raíces a -2 ¿Cuál es el valor de k?

23. Escribir un polinomio de grado mínimo si:

a) 1, 2 y -8 son raíces. b) $\frac{3}{4},-\frac{5}{6},2\ y-3$ son raíces. c) tiene como raíz doble a -1 y como raíz triple a 4.

24. a) Calcule el valor de **k** para que A(x) sea divisible por B(x), siendo $A(x)=3x^2-2(k+1)x+k-3$ y $B(x)=x+1$

b) Calcule **a** sabiendo que –2 es raíz del polinomio
$C(x)=4x^3-(3+a)x^2+(2+a)x+a$.

25. Calcule el valor de h sabiendo P(x) y Q(x) son iguales

a) $P(x)=2x^3+(h-1)x^2-3$; $Q(x)=2x^3-7x^2-3$

b) $P(x)=5x^2+(h^2+2)x-4$; $Q(x)=5x^2+2hx-4$

c) $P(x)=(h^2-3h)x^2+(2-h)x-1$; $Q(x)=-2x^2+(2h-4)x-1$

26. Halle el valor de **k** **R** de forma tal que la especialización (valor numérico) de $P(x)=-2x^2+3x^4-5+kx$ sea igual a 6 cuando x es igual al coeficiente principal del polinomio.

27. Complete: $3x^4\ \ 5x^3-5x^2-25x-8$

$15x \quad 6 \qquad 3x^2 \quad 5x \quad 1$

28. Calcule k para que el resto de A(x): B(x) sea igual a –2, siendo: $A(x)= (3k-3)x^2 -(k+2)x -5$ y $B(x)= x -1$

29. El polinomio $M(x) = x^4 – ax^3 + bx^2$ tiene raíces $x = 3$ y $x = -1$. Halle los valores de a y de b.

30. a) Calcule k para que $p(x) = 5kx^2 – (2k + 10)x + 4$ tenga dos raíces iguales.
b) Calcule para qué valor de k $p(x) = 3x^2 + kx – 2$ tiene una raíz igual a –2.

31. Dada la ecuación $8x^2 – (k – 1)x + k – 7 = 0$ determine k para que las raíces sean iguales.

32. Proponga una expresión polinómica que cumpla con las condiciones indicadas en cada ítem.

a) Que tenga por raíces $x_1 = 2$ y $x_2 = 1/2$. ¿Es única?
b) Que posea raíz doble x =-1 y tenga grado 3.
c) Que tenga 4 raíces, dos de ellas opuestas y su coeficiente principal sea igual a 7.
d) Que sea divisible por el polinomio (x+1) y tenga grado 3

33. Factorizar:

a) $x^3 + x^2$
b) $2x^4 + 4x^2$
c) $x^2 - 4$
d) $x^4 - 16$
e) $9 + 6x + x^2$
f) $x^2 - x - 6$
g) $x^4 - 10x^2 + 9$
h) $x^4 - 2x^2 - 3$
i) $2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$
j) $2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$

34. Descomponer en factores los polinomios:

a) $xy - 2x - 3y + 6 =$
b) $25x^2 - 1 =$
c) $36x^6 - 49 =$
d) $x^2 - 2x + 1 =$

e) $x^2 - 6x + 9 =$
f) $x^2 - 20x + 100 =$
g) $x^2 + 10x + 25 =$
h) $x^2 + 14x + 49 =$
i) $x^3 - 4x^2 + 4x =$
j) $3x^7 - 27x =$
k) $x^2 - 11x + 30 =$
l) $3x^2 - 10x + 3 =$
m) $2x^2 - x - 1 =$

35. Simplificar:

a) $\frac{4x^2-1}{2x^3+x^2}$

b) $\frac{z^2-z}{1-z}$

c) $\frac{x^3-8}{2x^2-8x+8}$

d) $\frac{t^3-t^2-9t+9}{t^3+3t^2-t-3}$

36. Simplifica cada una de las siguientes expresiones algebraicas racionales, indicando su conjunto de definición.

a) $\frac{4x^2-1}{2x^3+x^2}$

b) $\frac{4-Y^2}{Y^2-2Y}$

c) $\frac{z^2-z}{1-z}$

d) $\frac{S^4-S^3-S^2+S}{S^2+1-2S}$

e) $\frac{x^3-8}{2x^2-4x+8}$

f) $\frac{t^3-t^2-9t+9}{t^3+3t^2-t-3}$

37. Resuelva las operaciones indicando su dominio:

a) $\frac{x^2-1}{x^2-6x+9} \cdot \frac{x^2-3x}{x^2+2x+1}$

b) $\frac{x^2+5x+6}{x^2-x+2x-2} : \frac{3x^2-27}{x^2+2x}$

c) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{4}{x^2-1}$

d) $\frac{y+4}{y^2-4} + \frac{y-12}{3y^2-12}$

e) $\frac{1-x}{x^2+2x} + \frac{1}{x} =$

f) $\frac{3x}{x-2} + \frac{7x+2+x^2}{x^2-4} =$

g) $\frac{1-y}{y} \cdot \frac{y^2}{y-1}$

h) $\frac{t^3+3t^2-4t-12}{t^2-4} \cdot \frac{1-2t}{-2t^2-5t+3}$

38. Determine el conjunto de definición, efectúe las operaciones y exprese el resultado en forma simplificada.

a) $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x-2} =$

b) $\frac{3}{1-2x} - \frac{7}{1+2x} + \frac{20x-4}{4x^2-1} =$

c) $\frac{x-1}{x-5} \cdot \frac{x^2-25}{x^3-1} : \frac{x^2+10x+25}{x^2+x+1} =$

d) $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1}\right) =$

e) $\frac{1-\frac{x-y}{x+y}}{-1+\frac{x+y}{x-y}} =$

f) $\left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2-x}\right) : \frac{x^2+4x+4}{x^2-x} =$

g) $\frac{1}{x^2-x} - \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x-x^2} =$

ECUACIONES E INECUACIONES

1) Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, justificando la respuesta.

a) La ecuación $x^2-4 = 12$ tiene dos soluciones en Z.

b) La ecuación $3a-15 = 7$ no tiene solución en Q.

c) La ecuación $n(n+1) = n^2+n$ tiene infinitas soluciones.

d) La ecuación $x^2 = 4$ es equivalente a la ecuación $x + 3 = 5$.

2) Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones. Discuta el conjunto solución de cada una en los distintos conjuntos numéricos.

a) $3x-(-2-3) = 2(x+1)-18:(-3)$

b) $3(4-x)-x+2:(-2) = -4-x$

c) $x^2-\sqrt{121}=25$

d) $(x+3)^2=81$

e) $3x-(-9+5):(-2) = 6$

f) $|b| - 7=13+3$

g) $|2x-3| = 2/3$

h) $|x+3| +8 = 12$

3) ¿Para qué valor real de a las ecuaciones $2ax + 3 = 1$ y $(a-1)x + 4x = -2$ son equivalentes?

4) Dada la ecuación $(a+b)x-(a-b) = 0$

4.1) Determine para qué números reales a y b ...

a)... tiene a 1 como solución

b)... exista (al menos una) solución

c)... no tiene solución

4.2) ¿Existen valores de a y b tal que la ecuación admita infinitas soluciones?

5) ¿Para qué valor/es de **x** carece de sentido cada una de las expresiones?

a) $\frac{4}{x}$ b) $\frac{3x-1}{x+2}$ c) $\frac{2x+6}{x^2-9}$

6) Resuelve por sustitución, igualación, reducción y gráficamente los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ 3x+4y=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x+y}{2}=x-1 \\ \frac{x-y}{2}=y+1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x+3y}{2}=5 \\ 3x-y=5y \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x+3y}{2}=5 \\ 4-\frac{2x-y}{2}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 4x-3y=-2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=4 \\ \frac{x}{3}+y=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x+1}{3}+\frac{y-1}{2}=0 \\ \frac{x+2y}{3}-\frac{x+y+2}{4}=0 \end{cases}$$

7) Resuelva planteando previamente el sistema de ecuaciones:

a) En un restaurante hay capacidad para cien personas. En total hay 21 mesas para 6 y 4 personas cada una. ¿Cuántas mesas de cada capacidad hay en el restaurante?
b) Martina tiene 27 años menos que su papá. Dentro de 15 años, la edad de Martina será igual a la mitad de la edad de su papá. ¿Cuál es la edad de cada uno?
c) En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas, son 50, si se cuentan las patas, son 134. ¿Cuántos animales hay de cada clase?
d) Halle dos números tales que si se dividen el primero por 3 y el segundo por 4, la suma es 15; mientras que si multiplica el primero por 2 y el segundo por 5, la suma es 174.
e) De un trapecio isósceles se sabe que el doble de la altura es el triple de la base menor; la suma de las dos bases y la altura es 9; y el doble de la base menor más el triple de la base mayor menos la altura, da 13. Encuentre las medidas de la base mayor, la base menor y la altura. Luego, calcule el área del trapecio.
f) El costo total de 5 libros de texto y 4 lapiceros es de $32.00; el costo total de otros 6 libros de texto iguales y 3 lapiceros es de $33.00. Hallar el costo de cada artículo.
g) Si a los dos términos de una fracción se añade 3, el valor de la fracción es 1/2, y si a los dos términos se resta 1, el valor de la fracción es 1/3. Hallar la fracción.
h) Se tienen $120.00 en 33 billetes de a $5 y de a $2. ¿Cuántos billetes son de $5 y cuántos de $2?

8) Analice el siguiente razonamiento y critíquelo:
Dada la ecuación $x-1=2$, se multiplican ambos miembros por $(x-5)$ y se obtiene $(x-1)(x-5) = 2(x-5)$.
Operando resulta: $x^2-6x + 5 = 2x - 10$.
Se resta a ambos miembros $(x-7)$ y se obtiene $x^2-7x + 12 = x - 3$.
Se dividen ambos miembros por $(x-3)$, resultando $x - 4 = 1$.
Por último, se suma a ambos miembros 4 y se obtiene $x = 5$.

9) Halle los valores de x pertenecientes a los números reales que verifiquen (aplique propiedades):

a) $\log 40 - \log 4 = x$

b) $\log_x 16 = 2$

c) $27^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$

d) $\log(x-3) + \log x = \log 4$

e) $2^x + 2^{x+3} = \frac{9}{4}$

f) $\log_3 x^2 = 6$

g) $2\log(2x) - \log x = 2$

h) $2^x + 2^{x+3} + 2^{x-1} = \frac{19}{4}$

i) $9^x - 3^x = 0$

j) $(\frac{1}{2})^x = 0$

k) $2 \,.\, 2^x - 4 = 0$

l) $8^{-2x} = 16^{-(2x+1)}$

m) $\log^2 x - 3\log x = 2$

n) $3.5^{2x} - 74.5^x - 25 = 0$

10) Encuentre el conjunto solución (en Z) de las siguientes desigualdades
a) $7x - 2 \leq 9x + 3$ b) $3 < 1 - 6x \leq 4$ c) $(x+2)(x-3) > 0$

11) Averigua si el punto P(-1,-2) es una solución de la inecuación $-2x + 3y \leq 1$ y dibuja el semiplano solución, indicando si incluye o no a la recta $-2x + 3y = 1$

12) Encuentre todos los valores de x que satisfagan ambas desigualdades de manera simultánea
a) $3x + 4 > 1$ y $2x + 1 < 3$
b) $-3x + 7 > 1$ y $2x + 1 > -4$
c) $3x + 7 > 1$ y $4x + 1 < -4$

13) Determine el conjunto solución de las desigualdades, exprese como intervalos y represente gráficamente la solución

$$a)\ |-4x + 2| \geq 10 \qquad b)\ \left|\frac{2}{7}x - 5\right| \leq 7 \qquad c)\ \left|1 + \frac{3}{4}x\right| \geq 2$$

14) Represente la región del plano que verifica cada sistema de inecuaciones

a) $\begin{cases} x - y \geq 3 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 1 > x + 9 \\ x + 5 < 2 - 3x \end{cases}$

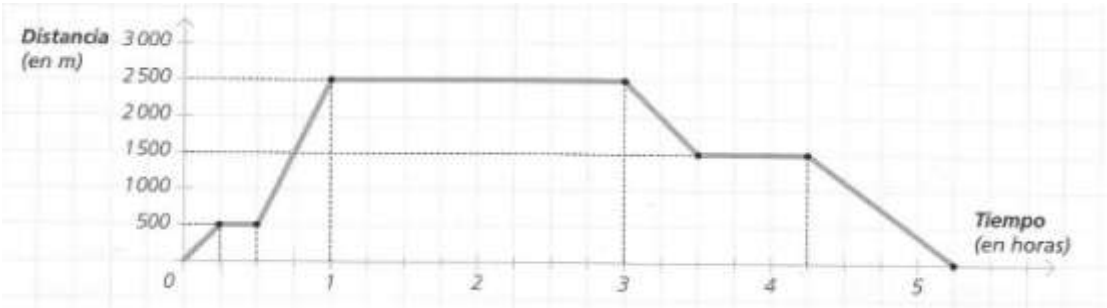
c) $\begin{cases} 2x - 6 < 0 \\ x - 4 > -5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y \geq 5 \\ x + y < 1 \end{cases}$

15) Escriba el sistema de inecuaciones correspondiente y resuelva: Una biblioteca tiene un presupuesto de 6000$ para adquirir ejemplares de dos nuevas novelas que se han editado. Cada ejemplar de la primera cuesta 25$ y cada ejemplar de la segunda 30$. ¿Cuántos ejemplares de cada una puede adquirir?

FUNCIONES

1) Florencia salió de su casa para ir al instituto de inglés. Durante el camino de ida se encontró con una amiga y se detuvo a charlar con ella. De regreso del instituto pasó por un ciber a revisar su correo electrónico. El gráfico muestra a qué distancia de su casa se encontraba Florencia durante la salida que realizó.



Observa el gráfico y responde:

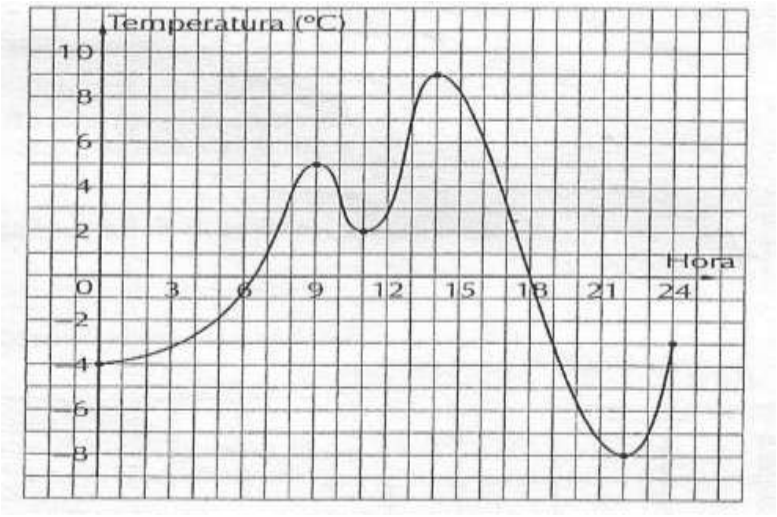
a) ¿Cuánto tiempo tardó en volver a su casa?
b) ¿A qué distancia se encuentra el ciber de la casa de Florencia?
c) ¿Cuánto tiempo estuvo en el instituto de inglés?
d) ¿Cuánto tiempo charló con su amiga?
e) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?

2) A un paciente internado en un hospital le controlan la presión arterial de manera continua, cada 8 horas durante el tiempo que estuvo internado (se considera 0 hs. al momento de internación). La siguiente tabla refleja todos los valores registrados.

Hora	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
Presión	18	8	6	8	12	12	16	20	18	12	12	12	12

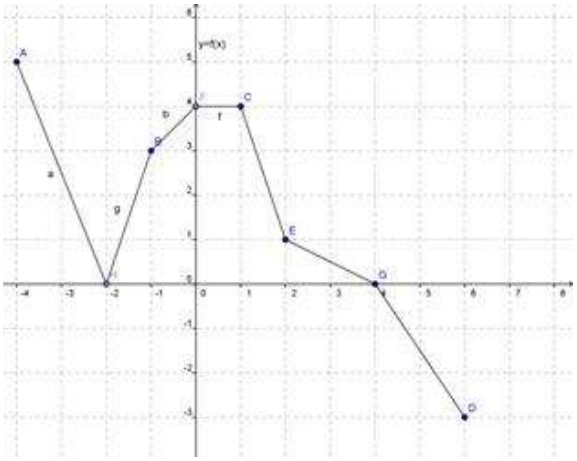
a) Represente gráficamente los datos en un par de ejes cartesianos.
b) ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la evolución de la presión arterial del paciente?
c) ¿Entre qué valores osciló su presión?
d) ¿En qué períodos de tiempo el valor de la presión estuvo subiendo? ¿Cuándo fue bajando?
¿En algún momento se mantiene constante?
e) ¿Cuándo la presión llegó a 8?
f) ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo se alcanzó? ¿Cuál fue la mínima y a qué hora?
g) ¿Cuánto valía la presión a las 33 horas y a las 62 horas de internación?

3) El siguiente gráfico muestra la temperatura a lo largo de un día en la ciudad de El Bolsón.



a) ¿Entre qué valores osciló la temperatura?
b) ¿Entre qué horas la temperatura fue creciente? ¿Entre qué horas fue decreciente?
c) ¿Cuál fue la temperatura más alta del día y a qué hora se registró?
d) ¿Cuál fue la temperatura más baja del día y a qué hora se registró?
e) ¿Qué sucedió a las 18 horas? ¿Y a las 7 de la mañana?
f) ¿Existe alguna diferencia entre estos datos y los de los ejercicios anteriores?

4) El siguiente gráfico representa una función.



Identifique:
a)Dominio
b)Imagen
c)Intervalos de crecimiento
d)Intervalos de decrecimiento
e)Raíces
f)Máximos y Mínimos

5) De acuerdo a la factura de luz se debe pagar un cargo fijo de $ 4.30 y un cargo variable de $0.40 por Kw. consumido. Completa la siguiente tabla que indica el total de la factura según el consumo.

Kw.	50	100		240		320
Importe a pagar		44.30	52.30		124.30	

a) Escriba la fórmula que permite calcular cuánto dinero hay que pagar por la factura de luz en función del consumo.
b) Represente gráficamente.
c) Explique: qué número representa a la pendiente y qué número representa la ordenada al origen.
d) ¿Se puede pagar $ 3.50 el total de una factura?

6) Calcular el dominio, raíces y ordenada al origen de las funciones:

a) $f(x) = 2x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 5$

b) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3}{5}$

c) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3}{x + 2}$

d) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3}{x^2 - 1}$

e) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3}{x^2 + 2x + 1}$

f) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

g) $f(x) = \sqrt{-x + 2}$

h) $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$

j) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 4}$

k) $f(x) = \dfrac{x - 5}{\sqrt{x - 2}}$

l) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x - 2}}{x - 5}$

m) $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{3x + 2}{x + 1}}$

7) Estudia el crecimiento o decrecimiento de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$ en $x = 1$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ en $x = 3$

8) Dada $f(x) = -\frac{3}{2}x - 2$, represente gráficamente, ¿Cuál es la pendiente de la recta dada? ¿Qué representa? ¿Cuál es la ordenada al origen de la recta dada? ¿Qué representa?

9) Escriba la ecuación de la recta que no corta al eje y y pasa por el punto (3;8).

10) Escriba la ecuación de la recta que no corta al eje x y pasa por el punto (-2:-1).

11) Represente las siguientes funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos:

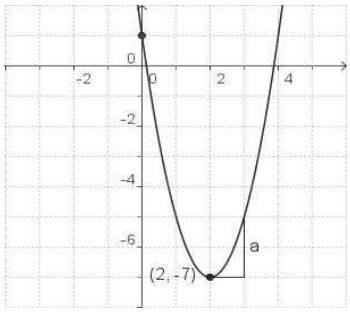
$$y_1 = 3x + 1$$
$$y_2 = 3x + 5$$
$$y_3 = -\frac{1}{3}x$$
$$y_4 = -\frac{1}{3}x + 6$$

La figura determinada por las cuatro rectas ¿Es un paralelogramo? ¿Y un rectángulo? Justifique cada respuesta.

12) En un local bailable se anuncia: "Canilla libre, ¡Puede consumir las copas que desee por $ 60!". En otro lugar se ofrece el precio de cada copa $12.
   a) Represente en un mismo gráfico las ofertas de ambos locales.
   b) ¿En qué casos conviene cada oferta?
   c) ¿Cuál es la consumición para la cual se paga lo mismo en cada lugar?

13) Sean las rectas r_1: 6x-2y= 10 y r_2: (k+1)x+2y=6
   a) Encuentre la ecuación de la recta paralela a r1 que pasa por el punto A=(2;-4)
   b) Determine, si existe, el valor de k∈ ℝ tal que r_1 y r_2 sean perpendiculares. ¿Existe algún valor para que sean paralelas?
   c) Halle analítica y gráficamente el punto de intersección de r1 y r2, cuando k=-3

14) Observe el gráfico y determine:
   a) Halle la expresión de la función cuadrática a partir de su gráfico
   b) Indique intervalos de crecimiento y decrecimiento



15)a) Halle la expresión polinómica de una función cuadrática sabiendo que la suma de sus raíces es 5, su producto es 6 y la ordenada al origen es 12.
b) Encuentre su vértice

c) Indique intervalos de positividad y negatividad

16) Un pub abre a las 20hs y cierra cuando todos los clientes se han ido. A partir de registros mensuales se obtuvo una función cuadrática que permite modelizar el número de personas que hay en el pub "t" horas después de su apertura $P(t) = 60t-10t^2$

a) Determine el número máximo de personas que van al pub una determinada noche e indica en qué horario se produce.

b) Si deseamos ir cuando haya menos de 50 personas, ¿a qué hora deberíamos hacerlo?

17) Representa las funciones cuadráticas

A) $y = -x^2 + 4x - 3$
B) $y = x^2 + 2x + 1$
C) $y = x^2 + x + 1$

18) Halla el vértice y la ecuación del eje de simetría de las siguientes parábolas:

a) $y = (x - 1)^2 + 1$
b) $y = 3(x - 1)^2 + 1$
c) $y = 2(x + 1)^2 - 3$
d) $y = -3(x - 2)^2 - 5$
e) $y = x^2 - 7x - 18$
f) $y = 3x^2 + 12x - 5$

19) Indica, sin dibujarlas, en cuantos puntos cortan al eje de abscisas las siguientes parábolas:

a) $y = x^2 - 5x + 3$
b) $y = 2x^2 - 5x + 4$
c) $y = x^2 - 2x + 4$
d) $y = -x^2 - x + 3$

20) Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y = x^2 + ax + a$ y pasa por el punto (1, 9). Calcular el valor de a.

21) Se sabe que la función cuadrática de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos (1,1), (0, 0) y (-1,1). Calcula a, b y c.

22) Una parábola tiene su vértice en el punto V(1, 1) y pasa por el punto (0, 2). Halla su ecuación.

23) Partiendo de la gráfica de la función $f(x) = x^2$, representa:

a) $y = x^2 + 2$
b) $y = x^2 - 2$

c) $y = (x + 2)^2$
d) $y = (x - 2)^2$
e) $y = (x - 2)^2 + 2$
f) $y = (x + 2)^2 - 2$

TRIGONOMETRÍA

1) Realice una figura de análisis que represente la situación y resuelva

a) ¿Cuán larga es la sombra que proyecta un mástil de 11m de altura cuando el sol tiene un ángulo de elevación de 30°?

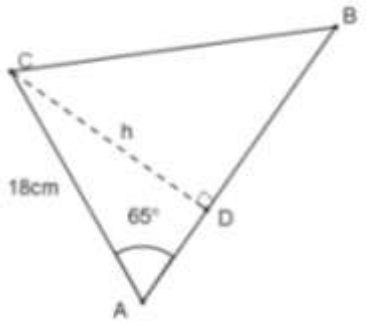
b) Una escalera de 9 m está apoyada contra la pared; qué altura alcanza si forma con el suelo un ángulo de 72°.

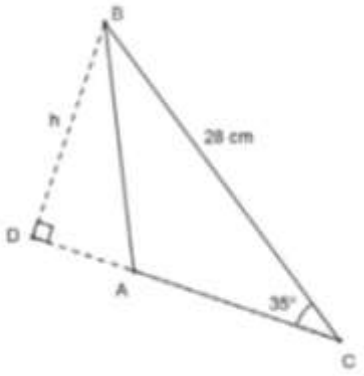
c) Desde lo alto de un faro de 150m de altura se observa una embarcación con un ángulo de depresión de 23°30´. Calcular la distancia del faro a la embarcación.

d) El cordel de un cometa se encuentra tenso formando un ángulo de 48 grados con la línea del horizonte. Encuentre la altura del cometa respecto del suelo, si el cordel extendido mide 87m y el extremo de la cuerda se sostiene a 1,3 m del suelo.

2) De un triángulo isósceles se conoce la medida de su lado desigual, 18 m y su altura, 10 m ¿Cuánto miden sus ángulos interiores?

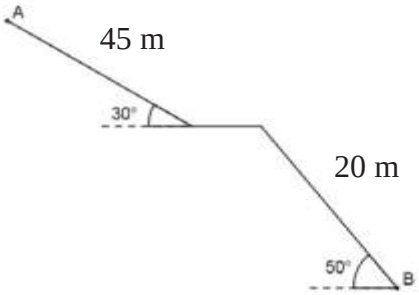
3) Encontrar h, en los siguientes triángulos.





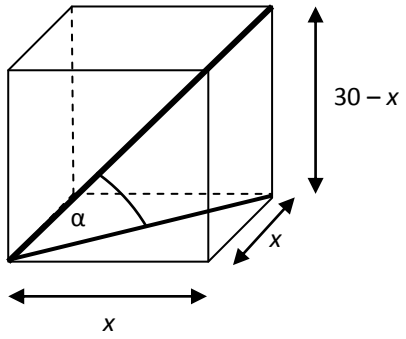
¿Qué representa h en cada caso?

4) En una excavación arqueológica, para acceder al túnel principal ubicado en el punto b, se construyó una estructura como la siguiente:

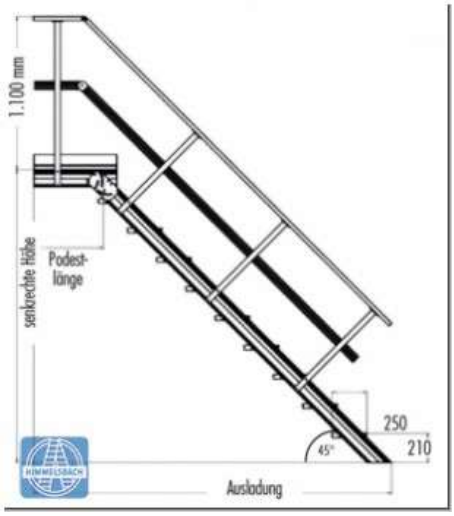


¿A qué profundidad, respecto de A, se encuentra B?

5) La figura es un prisma de base cuadrada, donde $x = 10$. Calcular la longitud de la diagonal del prisma y la medida del ángulo que ella forma con la diagonal de la base.

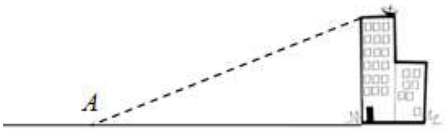


6) Si el alto de la escalera es de $2\ m$ y su largo es de $2\sqrt{2}\ m$. ¿Cuál es la medida del desplazamiento horizontal ℓ ?



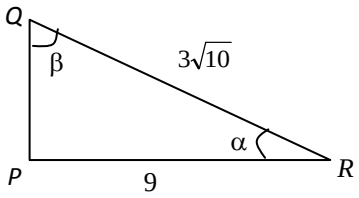
7) Una diagonal y los lados de un rombo tienen la misma longitud: $10\ cm$ ¿Cuánto mide la otra diagonal?
Nota: las diagonales de un rombo se cortan en su punto medio.

8) Desde el punto A se observa un edificio de $46\ m$ de altura. El observador se halla a $100\ m$ del edificio. ¿Cuál es la medida del ángulo BAC?



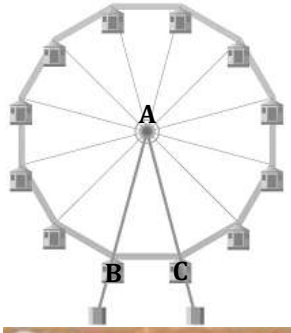
9) Dado el triángulo PQR, rectángulo en P

a) Hallar el valor del lado $\overline{PQ}$
b) Calcular el valor exacto del $\cos\beta$
c) Calcular el valor exacto del $\operatorname{sen}\beta$
d) Calcular el valor exacto del $\operatorname{tg}\beta$

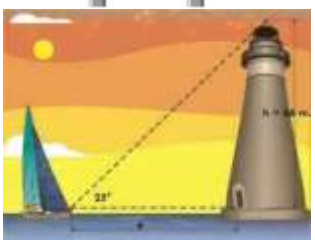


10) En una mudanza una familia tiene que encargarse de embalar cosa por cosa. La empresa de mudanzas deja canastos de 50 cm. de largo por 50 cm. de ancho por 50 cm. de alto. Aparentemente sirven para embalar todo, hasta que aparece el retrato de la abuela que tiene 50 cm. de ancho por 75 cm. de altura. Averiguar si hay algún modo de guardarlo sin que quede alguna parte afuera del canasto.

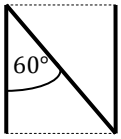
11) En la estructura de una noria BAC es un triángulo isósceles, donde $\widehat{A}$ mide $30°$ y $\overline{AB} = 12\,m$. Obtener la medida $\overline{BC}$



12) Desde un velero se observa un faro de $66\,m$ de altura con un ángulo de elevación de $25°$. ¿A qué distancia del faro se encuentra el velero?



13) Con una varilla de 80 cm. de largo se desea construir una letra **N** como se observa en la figura. Hallar la medida de cada tramo.

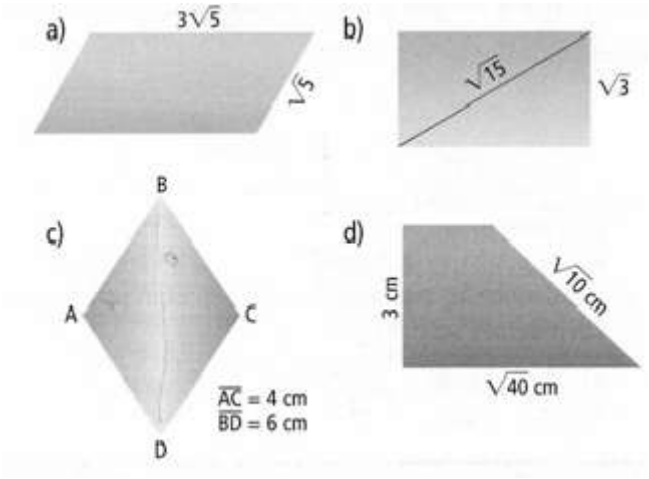


14) Un cohete es disparado al nivel del mar y sube a un ángulo constante de $75°$ hasta una distancia de $150\,km$. Realizar un dibujo del problema y calcular, aproximando al valor mayor más cercano, su altitud. ¿A qué distancia del punto de disparo alcanza esa altitud?

15) Un avión se encuentra a 2300 m. de altura cuando comienza su descenso para aterrizar. ¿Qué distancia debe recorrer el avión antes de tocar la pista, si baja con un ángulo de depresión de 25º? Realizar un dibujo del problema.

GEOMETRÍA DEL PLANO

1) Halle el perímetro de cada una de las siguientes figuras:

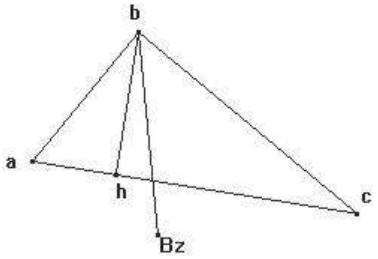


2) Encuentre una fórmula que permita calcular el área de un rectángulo cuya base b es el doble de la altura h:
a) Si se conoce la base.
b) Si se conoce la altura.

3) Calcule el perímetro de un rectángulo de 288 cm^2 de área, sabiendo que la medida de uno de sus lados es el doble de la medida del otro.

4) En un triángulo isósceles el ángulo exterior adyacente al ángulo opuesto a la base es de 116º. Calcular los tres ángulos interiores del triángulo.

5) Dado el triángulo *abc* rectángulo en *b*. Calcular el ángulo formado por la altura correspondiente a la hipotenusa y la bisectriz del ángulo recto. *A*= 50º.



6) La medida de cada uno de los lados de un rombo es de 5 cm y una de sus diagonales mide 2 cm.

a) Dibuje el rombo en una hoja lisa (considerando las medidas dadas)

6.2) Calcule:

a. La medida de la otra diagonal.

b. El área del rombo.

c. La medida del lado de un cuadrado equivalente al rombo (es decir de igual área que el rombo).

d. La medida del lado de un cuadrado cuyo perímetro es las tres cuartas partes del perímetro del rombo.

e. El área del cuadrado de d).

7) El perímetro de un trapecio rectángulo es de 54 cm. La medida del mayor de los lados no paralelos es 12 cm, la medida de la base menor es igual a la medida de la altura y la base mayor mide el doble de la base menor.

7.1) Dibuje el trapecio en una hoja lisa (considerando las medidas dadas)

7.2) Calcule el área del trapecio.

8) Los lados de un triángulo rectángulo son tres múltiplos de 5 consecutivos. Calcular:

a. El área del triángulo.

b. La altura correspondiente a la hipotenusa.

9) Las ruedas delanteras y traseras de un vehículo tienen 80 cm y 1,10 m de diámetro, respectivamente. Calcule la distancia recorrida por el vehículo sabiendo que las ruedas delanteras han dado 450 vueltas más que las traseras. (Obtenga el resultado con un error $\varepsilon < 10^{-2}$)

10) Se dibuja el triángulo ABC de forma que el ángulo ABC mida 90°, el ángulo ACB mida 60° y el AB mida 7,3 cm.

a. Dibuje aproximadamente una figura que represente esta información. Rotule los puntos A, B y C. Muestre en su figura los ángulos de 90° y 60°, así como la longitud de 7,3 cm.

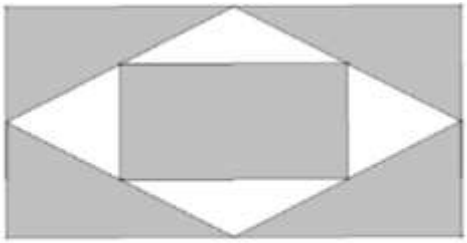
b. Halle la longitud de BC.

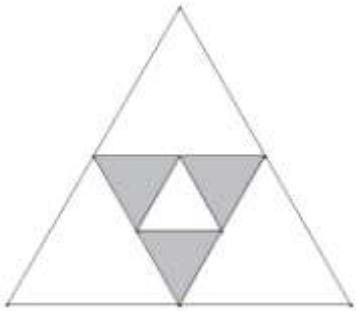
c. Se sitúa el punto D sobre la línea recta AC prolongada, de tal forma que el ángulo CDB mide 20°.

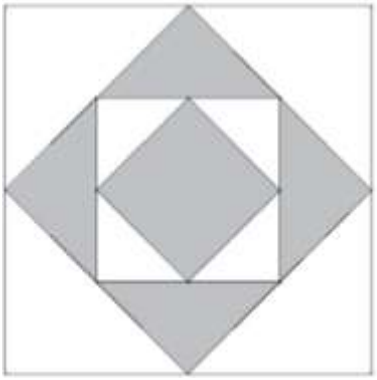
i. Muestre en su figura el punto D y el ángulo de 20°.

ii. Halle el tamaño del ángulo CBD.

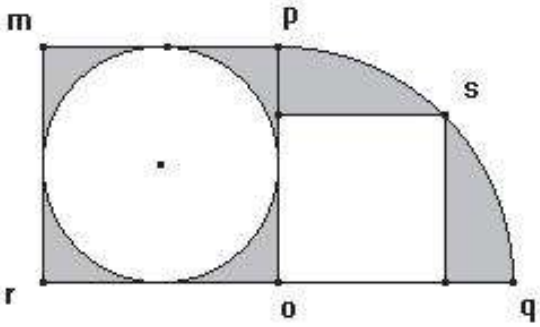
11) Calcule el área de las figuras sombreadas (1), (2) y (3) sabiendo que para su construcción se han considerado los puntos medios de los lados. La base **b** del rectángulo (1) es el doble de su altura **h**. El triángulo (2) es equilátero, de lado **L.** El cuadrado (3) es de lado **a.**

1) 

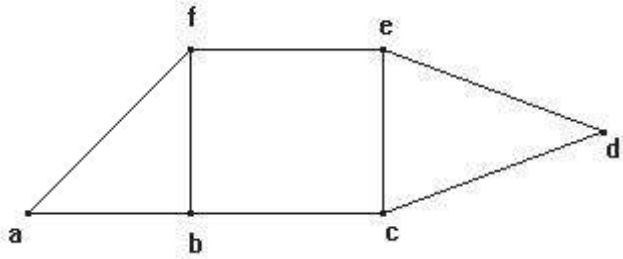
 (2)



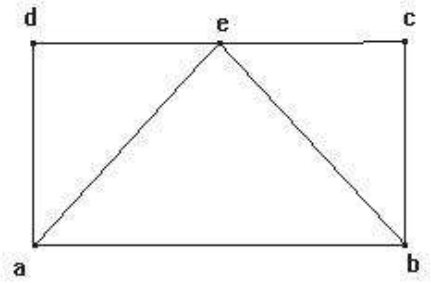
12) El arco *pq* tiene centro en *o*. El perímetro del cuadrado *mpor* es de *32 cm.* Calcular el área sombreada



13) Calcule el perímetro del cuadrado y de cada triángulo isósceles sabiendo que la suma de sus áreas es igual al área del cuadrado, la cual es de $36cm^2$. (cd =ed)

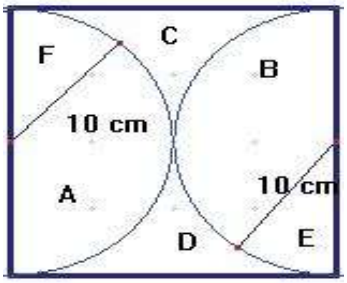


14) Dado el rectángulo abcd y sabiendo que e es el punto medio de dc, demostrar que: eb= ae



15) Dado el triángulo equilátero *def*, de lado m y una de sus alturas eh. Calcular la medida de eh en función del lado. ¿Cuánto mide al ángulo *deh*?

16) Las figuras que se ven, en este cuadrado, son semicírculos cuyos radios miden 10 cm. (Los sectores: E y F, tienen el mismo ángulo central) ¿Cuál es el área de las partes A + E + C?



GEOMETRÍA DEL ESPACIO

1) Un envase de leche tiene a centímetros de ancho, l centímetros de largo y h centímetros de alto:

i) ¿Cuál es la altura de una caja con la misma capacidad que el envase pero que tiene el doble de ancho y el doble de largo?

ii) ¿Cuál es la altura de otra caja con doble capacidad que el envase y que tiene la mitad del ancho y el triple de largo?

iii) ¿Cuánto mayor es la capacidad de otro envase que tiene el doble de ancho, doble de alto y doble de largo que el envase original?

2) Considere un prisma de base cuadrada que tiene 1,5m de altura.

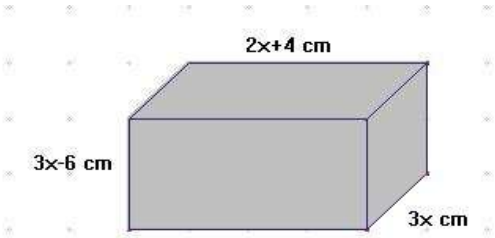
a. Escriba la fórmula que permita calcular el volumen del prisma en m^3 en función de la arista **a** de la base (en metros).

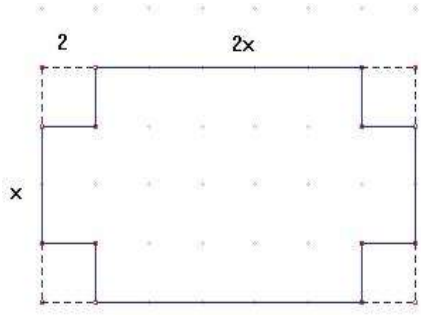
b. ¿Cuánto mide el perímetro de la base si el volumen del prisma es $0{,}135m^3$?

3) En una fábrica de bombones necesitan construir una caja en forma de prisma rectangular con las medidas que se indican en la figura:

a) Escriba la expresión polinómica factorizada que permite calcular el volumen del envase en función de sus medidas.

b) Si se quiere un envase de 270 cm^3 de capacidad, ¿Cuáles serán las medidas de la misma?



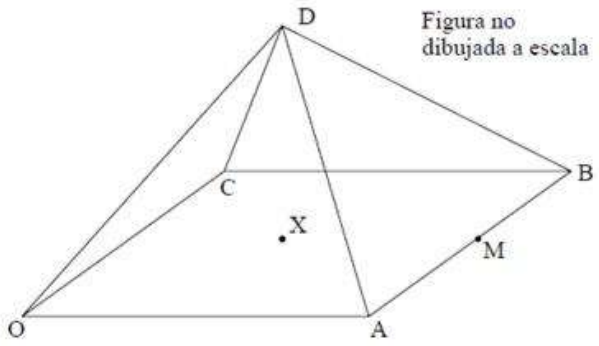


4) A una cartulina se le recortan 4 cuadrados de 4 cm^2 de superficie cada uno, de las puntas, como se indica en la figura, para armar una caja que tenga un volumen de 480 cm^3. ¿Cuáles resultan ser las dimensiones de la caja?
(la cartulina tiene: largo = 2x y ancho = x)

5) Una hoja de papel de forma rectangular tiene como base el doble de la altura. Con este rectángulo se pueden formar dos cilindros: uno enrollándolo a partir de la base y otro enrollándolo a partir de su altura. ¿Es cierto que el volumen de los dos cilindros así formados es el mismo? Justifique.

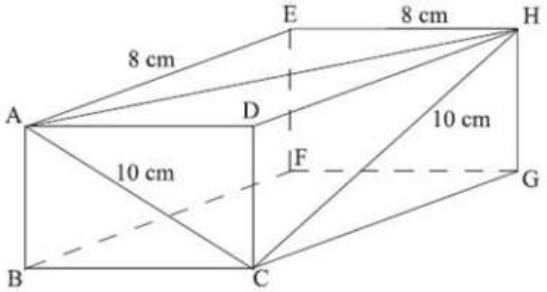
6) OABCD es una pirámide recta de base cuadrada de 4 cm de lado, tal como se muestra en la figura. El vértice D se encuentra a una distancia de 3 cm de X, el centro del cuadrado OABC. M es el punto medio de AB.

a) Halle la longitud de XM.
b) Calcule la longitud de DM.
c) Calcule el ángulo formado por la cara ABD y la base OABC.



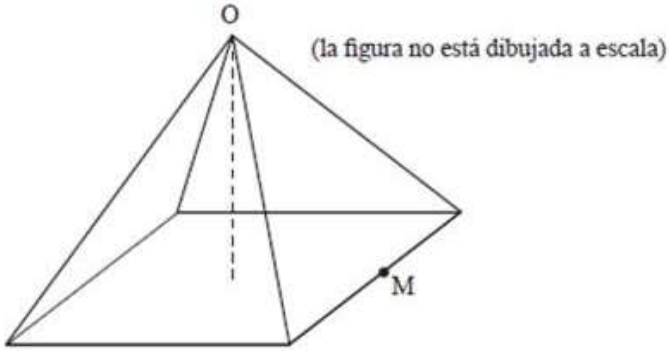
7) La figura que aparece debajo es un prisma rectangular en el cual se indican los largos de algunos lados y algunas diagonales.

AC= 10 cm. CH= 10 cm. EH= 8 cm. AE= 8 cm.



a) Calcule el largo de AH.
b) Halle la medida del ángulo ACH.
c) Compruebe que el área total del prisma rectangular es 320 cm^2.
d) Entre los planos ABCD, CGHD y ABGH se encuentra un prisma triangular. Calcule el volumen de ese prisma.

8) Silvia está construyendo una pirámide de base cuadrada. Cada triángulo tiene una base de 12 cm de longitud, y una altura de 10 cm. Compruebe que la altura de la pirámide es igual a 8 cm.



Si M es el punto medio de la base de uno de los triángulos, y O es el ápice de la pirámide:

a) Halle el ángulo que forma el segmento MO con la base de la pirámide.

b) Calcule el volumen de la pirámide.

c) Daniel quiere construir un prisma rectangular que tenga el mismo volumen que la pirámide de Silvia. La base de su prisma ha de ser un cuadrado de 10 cm de lado. Calcule la altura del prisma.

9) En un cilindro recto, la generatriz mide 25 cm. y el radio de la base 5 cm. Hallar el área lateral.

10) Un barril en forma de cilindro recto necesita ser llenado de agua, para saber cuánto líquido servir se debe saber el volumen de este, su generatriz es de 50cm y el radio de la base es la quinta parte de la generatriz al cuadrado.

11) Una pelota un diámetro de 30 cm, hallar su área y su volumen.

RESPUESTAS

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1.a) Refaccionar: \$1920; Viaje: \$1600; Banco: \$1280. En el banco guardó $\frac{80}{3}$

b)$\frac{1}{10}$son varones con ojos celestes. $\frac{1}{8}$ son mujeres con ojos verdes.

c) Hay 270 varones y 180 mujeres. 62,2% varones, 37,8% mujeres.

d) El edificio mide 40m. En la tercera etapa se pinta $\frac{3}{10}$

2. a) V; b)F; c) V; d) F; e)F; f) V; g) F; h) V; i)V; j)F; k)V; l)V.

3.

x	$x \in \mathbb{N}$	$x \in \mathbb{Z}$	$x \in \mathbb{Q}$	$x \in Irrac$	$x \in \mathbb{R}$
-5	No	Sí	Sí	No	Sí
$\sqrt[3]{8}$	Sí	Sí	Sí	No	Sí
2/3	No	No	Sí	No	Sí
e	No	No	No	Sí	Sí
$\sqrt{3}$	No	No	No	Sí	Sí

4. Son todos V salvo e), n), p), r), x) que son F

5. $\frac{9}{16}; \frac{16}{25}; \frac{169}{81}$

a) y b) $\sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}\ es\ irracional;\ \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}\ es\ racional;\ \sqrt{\frac{99}{35}} = \frac{3\sqrt{11}}{\sqrt{35}}\ es\ irracional$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} es\ racional;\ \sqrt{\frac{111}{28}} = \frac{\sqrt{111}}{2\sqrt{7}} es\ irracional;\ \sqrt{\frac{169}{81}} = \frac{13}{9} es\ racional$$

6. a) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{10}$; $b)\ 4 + 13\sqrt{2}$; $c)7 + 4\sqrt{3}$; $d)33$; e) -3; f) 9; g)-8/5

7) a)$5^{10}; b)h;\ c)a^{-6}b^{-2}; d)24^{a+b}; e)x^{-5}y^{5}; f)a^{-3}; g)k^{24}; h)x^{18}$

$$i)\ \frac{19}{3}; j) -\frac{43}{4}; k)\frac{37}{6}; l)\frac{29}{12}; m)\frac{5x^3}{4y^2}; n)\frac{2x^3}{b^5}; o)\frac{9\sqrt[4]{2}}{x}; p)\ 0; q)81; r)1; s)4$$

8) $a)5\sqrt{x};\ b)2y^2\sqrt{3}; c)3\sqrt{5} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{2}; d)8\sqrt{2}; e)7a\sqrt{a}; f)13; g) -2\sqrt{3};$

$$h) -5\sqrt[3]{4}; i) -3\sqrt{2}$$

9) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.

10) a) > b) = c) > d) <

11) a) > b) > c) > d) <

12) a) F b) F c) V

13) 3594, 3954, 5394, 5934, 9354, 9534

14) 102

15) 1002

16) 432

17) Demostración a cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.

18) Un intervalo cerrado incluye a los extremos mientras que uno abierto no los incluye.

19) (-5;-1)

20) A cargo del alumno.

21) Intervalos: a) [-3;2] b)(0;5) c)(1;7) d) (-∞;-2] U (1;+ ∞)
22)A=[-2;4] B=(-3;6) C=[-5;5] D=(-∞;-2] U[2;+ ∞)
23) a) (-2;+ ∞) b)(-2;1) c) [0;6) d)[2;6)
24) 25) y 26) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1) $a)\ (5x)^2$; b)$\frac{c-1}{3}$; c) a(a+1); d) 4c+2m; m=20-2c

2) $a)\ P = 3L; S = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2$ $\quad b)P = 4x - 2; S = x(x-1)$

$c)P = (2+\sqrt{3})L; S = \frac{\sqrt{3}}{4}L;$ $\quad d)P = 8x; S = 3x^2$

3) a. I) (10-2a). (15-a) II) (15-a).a III) a.(10-2a)
b. I) Grado 2 II) Grado 2 III) Grado 2
4) iii
5) ii y iv
6) a) F b)V c) V d) F e) V
7) a) 4 b)$\frac{n}{4} - 3$ c)y=3x+3 d) 6 e) >0 f) >0 g) 4 h) 12
8) a) gr(A.B) =5 b) gr(P+Q)≤ 3 c) a cargo del alumno d) consultar con el docente en clase
9)

A	2 x + 4	x^3 -1	x + 1	x^2- 6x + 1
B	x^2 + x - 5	x -1	x -1	- x^2 – x+1
A + B	x^2 + 3x -1	x^3 +x-2	2x	-7x + 2
A . B	$2x^3+6x^2-6x-20$	x^4- x^3- x +1	x^2 -1	$-x^4+5x^3+6x^2-7x+1$
A – B	$-x^2$ + x+ 9	x^3 - x	2	2 x^2- 5x
gr (A)	1	3	1	2
gr (B)	2	1	1	2
gr(A·B)	3	4	2	4
gr(A+B)	2	3	1	1
gr(A-B)	2	3	0	2

10) A cargo del alumno. Consultar con el docente en clase.
11) a) P(x)+Q(x)= $0.5x^3+1.25x^2+6.5x+6$
P(x)-Q(x)= $0.5x^3-2.75x^2-1.5x-6$
P(x).Q(x)=$x^5+0.5x^4+5x^3+5.5x^2+15x$
b) P(x)+Q(x)= $(7/6)x^3(1/12)x^2-(5/4)x+(3/2)$
P(x)-Q(x)= $(11/6)x^3+(-17/12)x^2+(15/4)x+(5/2)$
P(x).Q(x)=$(-1/2)x^6+(97/72)x^5-(23/6)x^4+(71/24)x^3-(29/6)x^2+(15/4)x-1$
12) A cargo del alumno. Consultar con el docente en clase.
13) a=2; b=-2; c=3
14) a) 0 b)$-1x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 6x - 12$ c)$a + a^2 + a^3$
15) k=-31
16) a) V b) F
17) $3x^3 - x^2 + 15x + 13$
18) x^2+3x-1

19) c=-3/10

20) a) Raíces: ½ Pol: 2(x-1/2)

b) Raíces: no tiene

c) Raíces: 0; -3/2 Pol:$5x^2(x+3/2)$

d) Raíces: 0 Pol: $7x^2(2x^3-5x^2+4x-3)$

e) Raíces: 3/5; -3/5 Pol: 4(x+3/5)(x-3/5)

21) a=-1 b=5

22) k=8/7

23) a) (x-1)(x-2)(x+8)

b) (x-3/4) (x+5/6) (x-2)(x+3)

c) $(x+1)^2(x-4)^3$

24) a)k=-2/3 b)a=-46/5

25) a) h=- 6 b) no existe c) h=2

26) $k = -\frac{214}{3}$

27) Divisor: $x^2 - 2$

28) k= 4

29) a= 2 b= -3

30) a) k= 5 b) k= 5

31) a) k_1= 25 k_2 =9 b) No existe el valor de k

32) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente

33) a) $x^2(x+1)$ $b)2x^2(x^2+2)$ $c)\ (x+2)(x-2)$

$d)(x^2+4)(x+2)(x-2)$ $e)(x+3)^2$ $f)(x-3)(x+2)$

$g)(x-3)(x+3)(x+1)(x-1)$

$h)$ $x=\sqrt{\frac{1+\sqrt{7}}{2}}, x=-\sqrt{\frac{1+\sqrt{7}}{2}}, x=\sqrt{\frac{1-\sqrt{7}}{2}}, x=-\sqrt{\frac{1-\sqrt{7}}{2}}$

$i)(x+1)(x-1)(x+2)(x-3/2)$ j) $(x-1)^2(2x-3)$

34) a) (y-2)(x-3) b)(5x-1)(5x+1) c)$(6x^3-7)(6x^3+7)$ d)$(x-1)^2$ e)$(x-3)^2$ f)$(x-10)^2$

g)$(x+5)^2$ h)$(x+7)^2$ i)$x(x-2)^2$ j)$3x(x^3-3)(x^3+3)$ k)(x-6)(x-5) l)(x-3)(x-1/3)

m)(x-1)(x+1/2)

35) a)$\frac{2x-1}{x^2}$ $b)-z$ $c)\frac{(x^2+2x+4)}{2(x-2)}$ $d)\frac{t-3}{t+1}$

36)

a) D: R-{-1/2; 0}	b) D: R-{0; 2}	c) D: R- {1}	d) D: R-{1}	e) D: R	f) D: R-{-3; -1; 1}
$\frac{2x-1}{x^2}$	$\frac{2+y}{-y}$	$-Z$	$s(s+1)$	$\frac{x-2}{2}$	$\frac{t-3}{t+1}$

37)

a) $\frac{x(x+1)}{x-3}$ Dom: R-{ 1;3}	b) $\frac{x(x+2}{2(x-1)(x-3)}$ Dom: R-{-3; -2; 1; 3}	c) $\frac{4}{x-1}$ Dom: R-{-1; 1}	d) $\frac{4y}{3y^2-12}$ Dom: R-{-2; 2}
e) $\frac{3}{x^2+2x}$ Dom: R-{ -2; 0}	f) $\frac{4x^2+13x+2}{x^2+2x}$ Dom: R-{-2; 2}	g) $-y$ Dom: R-{0; 1}	h) -2 Dom: $R-\left\{-3; -2; \frac{1}{2}; 2\right\}$

38)

a) $\frac{x-3}{x-2}$ Dom: R-{ 2;3}	b) $\frac{6}{2x-1}$ $R-\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$	c) $\frac{1}{x+5}$ Dom: R-{1; 5}	d) $\frac{2x}{x^2+1}$ Dom: R-{-1; 1}
e) $\frac{x-y}{x+y}$ Dom: $\lvert x\rvert \neq \lvert y\rvert$	f) 1 Dom: R-{-2; 1}	g) $\frac{-2}{x-1}$ Dom: R-{0; 1}	

ECUACIONES E INECUACIONES

1) a) V b) F c) V d) F
2) a) x=3 b) x= 5 c) x_1= -6 x_2= 6 d) x_1= 6 x_2= -12
e) x=8/3 f) b_1= -23 b_2= 23 g) x_1= 11/6 x_2= 7/6 h) x_1= -7 x_2=1
3) a= 3
4) 1. a) b= 0 b) a+b≠0 c) a+b= 0 y a≠b 4.2. Sí. a= b= 0
5) a) x=0 b) x=-2 c) x=3; x=-3
6) a) x=4; y=-3 b)x=2;y=0 c)x=4; y=2 d) x=4; y=2 e)x=1;y=2 f)x=66/7;y=-15/7 g)x=23/7; y=-13/7
7) a) 8 mesas para 6 personas y 13 mesas para 4 personas.
b) Martina tiene 12 años y su papa 39.
c) Hay 17 conejos y 33 gallinas.
d) El primer número es 27 y el segundo 24.
e) Base menor: 2. Base Mayor: 4. Altura: 3. Área: 9.
f) Libros:$4 Lapiceros:$3
g) 18 de $5 y 15 de $2
8) A cargo del alumno. Consulte con el docente en clase.
9) a) x=1 b) x=4 c) x=0 d) x=4 e) x=-2
f) x= 27 g) x=25 h) x=-1 i) x=0 j) no tiene solución
k) x= 1 l) x=-2 m) x_1=1 x_2=2 n) x=25
10) a) x<3 b) no hay solución en Z c) x <-2 v x > 3
11) Sí es solución. Sí la incluye.
12) a) Sol= (-2; 1) b) Sol= (-2; +∞) c) Sol= vacío.
13) a) (-∞, -4] U [3, +∞) b) [-7, 42] c)$(-\infty,-4]U\left[\frac{4}{3},+\infty\right)$
14) Consultar con el docente.
15) $\begin{cases} 25x+30y \leq 6000 \\ x>0 \\ y>0 \end{cases}$

FUNCIONES

1) a) 5hs.15 min. b) 1500 m. c) 2hs. d) 15 m.
e) Variable independiente: Tiempo; Variable dependiente: Distancia

2) a) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.
b) 96hs.
c) entre 6 y 20.
d) La presión sube entre las 16 a 32hs. y entre las 40 a 56hs de internación.
La presión desciende entre las 0 a las 16hs. y entre las 56 a las 72hs. de internación.
La presión se mantuvo constante entre las 32 a 40hs. y entre las 72 a 96hs. de internación.
e) A las 8 y a las 24hs. la presión midió 8.
f) La máxima presión fue 20 y se registró a las 56hs. de internación.
La mínima presión fue 6 a las 16hs. de internación.
g) A las 33hs. la presión era de 12 y a las 62hs. la presión variaba ente 20 y 18.
3) a) Entre -3º y 9º.
b) La temperatura estuvo aumentando entre las 0 a 9hs., entre las 11 a 14hs. y entre las 22 a 24hs.
La temperatura disminuyó entre las 9 a 11hs. y entre las 14 a 22hs.
c) 9º a las 14hs.
d) -3º a las 22hs.
e) A las 18hs. se registró 0º y a las 7hs. se registró 1º.
f) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.
4) a)Dominio [-4;6]
b)Imagen [-3;5]
c)Intervalos de crecimiento (-2;0)
d)Intervalos de decrecimiento (-4;-2)U(1;6)
e)Raíces {-2; 4}
f)Máximo: el punto (-4,5) y Mínimo: el punto (6, -3)
5)

Kw.	50	100	120	240	300	320
Importe a pagar	24.30	44.30	52.30	100.30	124.30	132.30

a) y= 0.40 x + 4.30
b) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.
c) Pendiente: 0.40 (precio por Kw)
Ordenada al origen: 4.30 (Cargo fijo)
d) No, porque el importe mínimo de la factura puede ser $4.30.
6) a) Dominio: R Raíces: - Ordenada: -5
b) Dominio: R Raíces: $\sqrt{\frac{3}{2}}$ Ordenada:-3/5
c) Dominio: R-{-2} Raíces: $\sqrt{\frac{3}{2}}$ Ordenada:-3/2
d) Dominio: R-{-1; 1} Raíces: $\sqrt{\frac{3}{2}}$ Ordenada: 3

e) Dominio: R-{-1} Raíces: $\sqrt{\frac{3}{2}}$ Ordenada: -3

f) Dominio: [2, +∞) Raíces: 2 Ordenada: -

g) Dominio: (-∞,2] Raíces: 2 Ordenada: $\sqrt{2}$

h) Dominio: (-∞,2] U [4,+∞) Raíces: 4 y 2 Ordenada: 8

i) Dominio: R Raíces: -2 Ordenada: 4

j) Dominio: R Raíces: no tiene en R Ordenada: 4

k) Dominio: [2, +∞) Raíces: 5 Ordenada: -

l) Dominio: [2, 5) U(5,+∞) Raíces: 2 Ordenada: -

m) Dominio: R-{-1} Raíces: -2/3 Ordenada: $\sqrt[3]{2}$

7) a) Crece b) Decrece

8) Pendiente: -3/2 Ordenada: -2

9) x=3

10) y= -1

11) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.

12) a) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.

b) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.

c) Consumo de 5 copas.

13) a) y= 3x-10 b) k=-1/3 c) (1,6; 9,8)

14)

a) $f(x) = \frac{7}{4}x^2 - 7x$

b) $Crece: (2; +\infty)$ $Decrece: (-\infty; 2)$

15)

a) $f(x) = 2x^2 - 10x + 12$

b) $V = \left(\frac{5}{2}; -\frac{49}{2}\right)$

c) $C^+ = (-\infty; 2)U(3; +\infty)$ $C^- = (2; 3)$

16) a) Máximo de 90 personas, se da a las 3 horas de la apertura.

b) Durante la primer hora o a partir de la quinta hora hasta su cierre.

17) A cargo del alumno

18) a) V(1,1) Eje de simetría: x=1

b) V(1,1) Eje de simetría: x= 1

c) V(-1,-3) Eje de simetría: x= -1

d) V(2,-5) Eje de simetría: x= 2

e) V(3.5,-30.25) Eje de simetría: x=3.4

f) V(-2,-17) Eje de simetría: x=-2

19) a) en dos puntos b) ningún punto c) ningún punto d) en dos puntos

20) a=4

21) a=1; b=0; c=0

22) $y = (x-1)^2 + 1$

23) A cargo del alumno.

TRIGONOMETRÍA

1) a) 19,05m b) 8,56 m c) 65,22 m d) 65,95m
2) 48° y 84°
3) h= 16,31 cm. h=16 cm. Representan las alturas de cada triángulo.
4) 37,82 m.
5) $\sqrt{600} \approx 24{,}5 \quad \alpha = sen^{-1}\left(\frac{20}{\sqrt{600}}\right) = 54°44'$
6) $\ell = 2m$
7) $2\sqrt{75}\,cm \approx 17{,}32\,cm$
8) $24°\,42'$
9) a) 3 b) $cos\,\beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ c) $sen\,\beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ d) $tg\,\beta = 3$
10) No, no es posible guardar el cuadro en el canasto
11) $\cong 3{,}10\,m$
12) $\cong 142\,m$
13) Los tramos miden $20\,cm$ y $40\,cm$
14) Altitud que alcanza $\cong 145\,km$, distancia desde el punto de disparo $\cong 39\,m$
15) $\cong 4932\,m$

GEOMETRÍA DEL PLANO

1) A)$8\sqrt{5}$ b) $6\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{13}$ $d)5\sqrt{10}+2$
2) a) A = ½ b^2 b) A = $2h^2$
3) 72 cm
4) 64º; 58º; 58º.
5) 5°
6) $a)4\sqrt{6}$ cm $b)\ 4\sqrt{6}$ cm^2 $c)\ \frac{15}{4}cm$ $d)\frac{225}{16}cm^2$
7) A = 165,375 cm^2
8) a) 150 b) 12
9) 4146,90 m (con $\mathcal{E}<10^{-2}$)
10) a) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente. b) 4,21 cm c) i) A cargo del alumno. ii) 40°
11) 1) A = 3/2 b^2 2)$A = \frac{3\sqrt{3}}{64}L^2$ 3) A = 3/8 a^2
12) 32 cm^2
13) Perímetro del cuadrado= 24 cm Perímetro del cde= 19.42 cm Perímetro del abf= 20.49 cm
14) A cargo del alumno. Consultar en clase con el docente.
15) $\overline{eh} = \frac{\sqrt{3}}{2}m \quad d\hat{e}f = 30°$
16) 200 cm^2

GEOMETRÍA DEL ESPACIO

1. i) $H = \frac{1}{4}h$ ii) $H = \frac{4}{3}h$ iii) 8 veces (800%)
2. a) $V = 1{,}5a^2$ b) Perímetro de la base = 1,2 m
3. a) V = 18x(x-2cm)(x+2cm)
   b) Las dimensiones son 10 cm x 3 cm x 9 cm
4. Las dimensiones de la caja son 10 cm x 2 cm x 24 cm
5. Los volúmenes son diferentes. Justificación a cargo del alumno.
6. a) 2cm b) $\sqrt{13}$ c) 56°18´35´´
7. a) $8\sqrt{2}$ b) 68° 54´ c) A cargo del alumno. d) 192 cm^2
8. a) A cargo del alumno. b) 53° 7´48´´ c) 384 cm^3 d) 3,84 cm
9. AL=785.399 cm^2
10. V=39269908.17cm^3
11. V=14137.16694 cm^3

BIBLIOGRAFÍA:

- ALLENDOERFER y OAKLEY. (1972). Fundamentos de matemáticas universitarias. México, Mc. Graw-Hill.
- ALSINA, C. (2000). Sorpresas Geométricas. Los polígonos, los poliedros y usted. Red Olímpica.
- ALONSO, F. y otros. (1993). Ideas y actividades para enseñar álgebra. Madrid, Síntesis.
- CARVAJAL, L. y otros. (1997). Matemática, UTN – FRBA.
- DE GUZMAN, M. y otros (2000), Bachillerato 2, Madrid, Anaya.
- GARCÍA ARENAS, J. y BERTRAN, C. (1998), Geometría y experiencias, Madrid, Editorial Addison Wesley Longman.
- KOZAK, A., PASTORELLI, S. y VARDANEGA, P. (2007), Nociones de Geometría Analítica y Álgebra Lineal, Mc Graw Hill.
- SOBEL, M. y LERNER, N. (1988). Algebra. México, Prentice-Hall.
- SOCAS, M. y otros. (1996). Iniciación al álgebra. Madrid, Síntesis.
- WILLIAMS, E. (1988), Algebra Workshop. New York, Sadlier-Oxford.
- WILLIAMS, E. (1988), Geometry Workshop. New York, Sadlier-Oxford.